ქართული უნივერსიტეტი

მოსწავლეთა VIII პირადგუნდური საგნობრივი ოლიმპიადა

მათემატიკა - X –XI კლასები

მონაწილის გვარი, სახელი, ტელეფონი ______________________________

სკოლა, კლასი ______________________________

თანაგუნდელის გვარი, სახელი ______________________________

მასწავლებლის გვარი, სახელი ______________________________

ამოცანები

1) $ABCD$ პარალელოგრამში M წერტილი ისეა შერჩეული, რომ $\angle AMB + \angle CMD = 180°$. *დაამტკიცეთ, რომ* $\angle ABM = \angle ADM, \angle DAM = \angle MCD$.

2) შეიძლება, თუ არა წესიერი $(2n + 1)$-კუთხედის წვეროებისა და გვერდების შუა წერტილებში ისე გავანაწილოთ რიცხვები: $1; 2; \ldots; 4n + 2$, რომ ყოველი გვერდის ბოლოებსა და შუა წერტილში ჩაწერილი რიცხვების ჯამი ერთი და იმავე რიცხვის ტოლი აღმოჩნდეს.

3) ვუწოდოთ n ნატურალურ რიცხვს „სრულიად მარტივი", თუ მისი ციფრების ნებისმიერი გადაადგილებისას მიიღება მიიღება მარტივი რიცხვი. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი ასეთი „სრულიად მარტივი" რიცხვის ჩანაწერში განსხვავებული ციფრების რაოდენობა სამზე მეტი არაა.

4) მახვილკუთხა ABC სამკუთხედის BC გვერდი წრეწირის დიამეტრია. ეს წრეწირი AB და AC გვერდებს კვეთს, შესაბამისად, K და T წერტილებში. წრეწირის მხებები, გავლებული ამ წერტილებში, იკვეთება N წერტილში. დაამტკიცეთ, რომ N წერტილი ABC სამკუთხედის AD სიმაღლეს ეკუთვნის.

5) ABC მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია O, $\angle C = 90°$, ჰიპოტენუზის შუა წერტილია M, $\angle MOA = 90°$. იპოვეთ $AB: BC: AC$.

6) P და Q წერტილები ისეა შერჩეული ABC სამკუთხედის BC გვერდზე, რომ $BP: PQ: QC = 1: 2: 3$; P წერტილი არის B და Q წერტილებს შორის, R წერტილი ყოფს AC გვერდს ისე, რომ $AR: RC = 1: 2$. BR წრფის AQ და AP წრფეებთან გადაკვეთის წერტილებია, შესაბამისად, S და T. იპოვეთ $PQST$ ოთხკუთხედისა და ABC სამკუთხედის ფართობების შეფარდება.